

電場 E 法の節点要素と電場保存発散定理節点要素の比較検証

2023/08/01 JCEAM 久保、湯山

1. 電磁場要素固有特性比較検証の問題設定

電磁場周波数応答の要素固有特性解析は次式で計算される。

$$[C_e(\frac{1}{\mu}, -\varepsilon\omega^2)]\{\phi_0\} = \lambda_0\{\phi_0\} \quad \text{電場 E 法節点有限要素(電気学会,JCEAM)} \quad (1)$$

$$[C_e(\frac{1}{\mu}, -\varepsilon\omega^2) + \alpha g g^T]\{\phi_e\} = \lambda_e\{\phi_e\} \quad \text{電場 E 法発散定理節点有限要素(JCEAM)} \quad (2)$$

$[C_e]$ は節点要素の周波数応答マトリックス、 $[\alpha g g^T]$ は発散定理有限要素法の電場保存制約マトリックスを表わしている。有限要素定式については、「Maxwell 電磁場方程式の発散定理有限要素法による厳密解析理論説明書」式(18)～式(25)に記述した。式(1)と式(2)の要素基本特性の固有値 λ_0, λ_e 三軸等方性三重根ペアと固有モード $\{\phi_0\}, \{\phi_e\}$ 電場保存発散ゼロについて比較検証する。

固有特性検証は図 1 に示す正立方体形状を六面体有限要素でモデル化する。解析パラメータの真空電磁場物性と周波数応答 ω は下記に示す。

電磁場物性：XYZ 三軸等方性

透磁率： $\mu = 1.257e^{-7} N \cdot A^{-2}$

誘電率： $\varepsilon = 8.854e^{-12} F \cdot m^{-1}$

電気伝導率： $\sigma = 0.0$

応答周波数： $\omega = 2\pi \times 1.0e6 Hz$

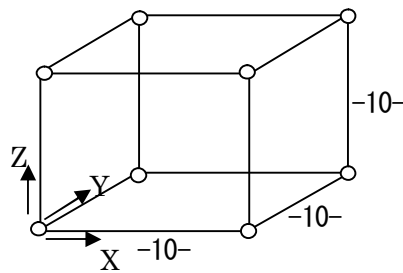


図 1 固有特性解析の六面体有限要素モデル幾何形状

2. 電場 E 法節点要素と電場保存発散定理節点要素の要素固有特性解析による比較検証

電場 E 法節点要素と電場保存発散定理節点要素の固有特性解析の固有値と固有モード発散を検証する。

次数	三軸等方性三重根ペア固有値検証		電場保存式の固有モード発散ゼロ検証	
	電場 E 法節点要素 λ_0	発散定理節点要素 λ_e	電場 E 法節点要素 $\{\phi_0\}$	発散定理節点要素 $\{\phi_e\}$
1	4. 85475D+03	4. 85475D+03	5. 55112D-09	-2. 71484D-16
2	4. 85475D+03	4. 85475D+03	-3. 75134D-09	-2. 04697D-16
3	4. 85475D+03	4. 85475D+03	7. 98493D-06	1. 04083D-16
4	4. 36927D+04	4. 36927D+04	-3. 42608D-09	-2. 81025D-16
5	4. 36927D+04	4. 36927D+04	4. 16334D-08	2. 86229D-16
6	4. 36927D+04	4. 36927D+04	-1. 09635D-07	2. 47198D-17
7	8. 85557D+05	8. 85557D+05	7. 97973D-09	3. 46945D-17
8	8. 85557D+05	8. 85557D+05	5. 03070D-08	-7. 97973D-17
9	8. 85557D+05	8. 85557D+05	-2. 39739D-07	-3. 90313D-18
10	2. 65667D+06	2. 65667D+06	1. 08420D-09	-1. 04083D-16
11	2. 65667D+06	2. 65667D+06	1. 87350D-08	4. 85723D-17
12	2. 65667D+06	2. 65667D+06	-1. 96457D-08	-1. 01915D-17
13	2. 65667D+06	2. 65667D+06	-2. 86500D-09	-6. 54858D-17
14	2. 65667D+06	2. 65667D+06	-1. 73472D-09	1. 72605D-16
15	2. 65667D+06	2. 65667D+06	-6. 55032D-07	-2. 57498D-18
16	3. 99229D+06	3. 99229D+06	-1. 00397D-06	5. 55112D-17
17	3. 99229D+06	3. 99229D+06	1. 86265D-09	-9. 36751D-17
18	3. 99229D+06	3. 99229D+06	2. 32831D-08	-2. 49366D-17
19	3. 99229D+06	3. 99229D+06	2. 32831D-10	2. 08167D-17
20	3. 99229D+06	3. 99229D+06	8. 50973D-06	3. 81639D-17
21	3. 99229D+06	3. 99229D+06	-4. 07181D-09	5. 55112D-17
22	3. 99229D+06	3. 99229D+06	8. 19564D-08	4. 16334D-17
23	3. 99229D+06	3. 99229D+06	-2. 35741D-09	-1. 66533D-16
24	-7. 94089D+06	2. 67123D+13	-6. 00000D+07	-6. 00000D-01
検証	理論通り三重根ペアの 等方性固有応答	理論通り三重根ペアの 等方性固有応答	電場保存発散エラー 電場は保存されない	理論通り電場保存 発散ゼロ

固有モード発散ゼロ検証の黄色マーカ表示の 1 次モードについて、発散成分を表示する。2 次以降固有モードも同様の結果である。

有限要素タイプ	電場保存式の固有 1 次モード発散成分総和ゼロ検証			
電場 E 法節点要素	div $\phi =$	$d(\phi x)/dx +$	$d(\phi y)/dy +$	$d(\phi z)/dz$
	5. 55112D-09	5. 82520D-07	5. 95010D-07	-1. 17198D-06
電場 E 法電場保存 発散定理節点要素	div $\phi =$	$d(\phi x)/dx +$	$d(\phi y)/dy +$	$d(\phi z)/dz$
	-2. 71484D-16	-1. 62094D-08	-5. 31087D-09	2. 15203D-08

3. 比較検証・評価とエラー対策

1)電場 E 法節点要素固有特性解析の固有値は理論通りであるが、固有モードは電場保存発散エラーである。上表の通り、固有値結果は正しいが固有モード結果は間違いである。電気学会固有値検証資料(亀有解析)は本有限要素で計算した。電場 E 法節点要素エラーは発散定理節点要素に置き換えることで対策出来る。

2)電場 E 法発散定理節点要素の固有特性解析は、固有値と固有モードともに理論通りの結果である。発散定

理節点要素の電場・電荷・磁束は理論通り保存される。